

MATEMÁTICA

F I N A N C I E R A

HERNÁN B. GARRAFA ARAGÓN

Rector Aurelio Padilla Ríos
Primer Vicerrector José S. Martínez Talledo
Segundo Vicerrector Luis Cabello Ortega
y Presidente de la Comisión del Programa Editorial
Eduardo de Habich - Textos UNI

Primera edición, junio de 2008

MATEMÁTICA FINANCIERA

Impreso en el Perú / Printed in Peru

© Hernán B. Garrafa Aragón
Derechos reservados

Editorial Universitaria de la
Universidad Nacional de Ingeniería



Av. Tupac Amaru 210, Rímac - Lima

Pabellón Central / Sótano

Telf.: 481-1070 anexo 240

E-mail: eduni@uni.edu.pe

Jefe EDUNI: **Prof. Álvaro Montaña Freire**

Diseño y Diagramación: EDUNI

Impreso por

ISBN:

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional
del Perú N°

Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio,
total o parcialmente, sin permiso expreso del autor.

A mi esposa, Jessica
A mi hija, Yemitsu
A mis padres: Braulio y Margarita
A mi hermana, Inés
A mis hermanos: José, Franck, Tino
A mi sobrina, Vanesa.

CONTENIDO

Prólogo y agradecimientos	13
Introducción	15

1	INTERÉS SIMPLE	
	1.1. Introducción	17
	1.2. El interés simple	20
	1.3. Período de tiempo	23
	1.4. Interés exacto e interés ordinario	23
	1.5. Norma comercial	24
	1.6. Valor presente	24
	1.7. Monto	24
	1.8. Variaciones de tasas	26
	1.9. Ecuaciones de valor	28
	Problemas resueltos	32
	Problemas propuestos	39

2	INTERÉS COMPUESTO	
	2.1. Introducción	43
	2.2. Interés simple e interés compuesto	43
	2.3. Monto	45
	2.4. Valor actual	47
	2.5. Monto con variaciones de tasas	49
	2.6. Ecuaciones de valor	51
	Problemas resueltos	55
	Problemas propuestos	68

3	DESCUENTO	
	3.1. Introducción	73
	3.2. Descuento racional	74
	3.3. Descuento bancario	76
	3.4. Descuento comercial	80

Problemas resueltos	83
Problemas propuestos	90

4

TASAS

4.1. Introducción	93
4.2. Tasa nominal y tasa proporcional	94
4.3. Tasa efectiva	96
4.4. Tasas equivalentes	98
4.5. Tasa activa y pasiva	103
4.6. Tasa de interés compensatorio	106
4.7. Tasa de interés moratorio	107
4.8. Tasa de interés legal	109
4.9. Tasa de inflación	110
4.10. Tasa real	113
4.11. Tasa de devaluación	114
4.12. Tasas con capitalización continua	118
Problemas resueltos	120
Problemas propuestos	131

5

ANUALIDADES

5.1. Introducción	137
5.2. Monto de una anualidad vencida	138
5.3. Valor presente de una anualidad vencida	140
5.4. Monto de una anualidad anticipada	143
5.5. Valor presente de una anualidad anticipada	144
5.6. Anualidades diferidas	146
Problemas resueltos	154
Casos	167
Problemas propuestos	172

6

ANUALIDADES PERPETUAS

6.1. Introducción	177
6.2. Valor presente de una anualidad perpetua vencida	177

6.3. Valor presente de una anualidad perpetua anticipada	179
Problemas resueltos	181
Problemas propuestos	194

7

GRADIENTES

7.1. Introducción	197
7.2. Valor presente de anualidades que varían en progresión aritmética	197
7.3. Valor presente de los gradientes uniformes	198
7.4. Equivalencias entre anualidades uniformes y anualidades que varían en progresión aritmética	199
7.5. Valor presente con anualidades en progresión geométrica	203
Problemas resueltos	206
Problemas propuestos	218

8

AMORTIZACIÓN

8.1. Introducción	221
8.2. Fondo de amortización	221
8.3. Cuadro del Fondo de Amortización	221
8.4. Amortización	224
8.5. Cuadro de Amortización	224
8.6. Valor actual neto	228
8.7. Tasa interna de retorno	231
8.8. Depreciación	233
Problemas resueltos	237
Casos	265
Caso propuesto	276
Problemas propuestos	277

9

OBLIGACIONES

9.1. Introducción	281
9.2. Terminología	282
9.3. Bonos	283

9.4 Opción de compra	284
9.5. Valuación de una graduación	285
9.6. La relación entre tasa de interés e inflación	291
9.7. Bonos Brady	392
Bonos Par	292
Bonos al Descuento	293
Bonos Flirbs (Front Load Interest Reduction Bonds)	293
Bonos de Conversión de Deuda (DCBs) y Nuevo Dinero (NMBs)	293
Bonos de Intereses Retrasados	294
Bonos de Intereses Capitalizados	294
Problemas resueltos	295
Problemas propuestos	300
Glosario	303
Citas bibliográficas	313
Referencias bibliográficas	313
Anexo	315

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla	Descripción	Página
1 A	Tasa activa promedio en soles y dólares. Fuente: BCRP.	105
1 B	Tasa pasiva promedio en soles y dólares. Fuente: BCRP.	105
2 A	Índice de precios al consumidor de Lima. (índice base diciembre 2000 = 100). Fuente: INEI.	111
2 B	Inflación mensual de Lima (variación % mensual). Elaboración: propia.	111
3 A	TC y devaluación o revaluación (nuevo sol / dólar). Fuente: BCRP, SBS, Reuters y Datatec.	116

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Figura	Descripción	Página
1.1	Evolución de la tasa de interés en soles y dólares. Fuente: Datos del BCR. Gráfico: Elaboración propia.	20
1.2	Relación entre P y su valor futuro.	21
1.3	Relación valor presente y monto.	25
1.4	Interés simple con variaciones de tasa.	27
2.1	Relación entre interés simple y compuesto.	44
2.2	Capitalización anual versus capitalización trimestral.	45
2.3	Relación entre valor actual y monto.	48
8.1	Evolución del VAN en función del costo de capital.	230

Prólogo y agradecimientos

Este libro recoge las experiencias que a lo largo de los años me ha dado el haber dictando esta materia, aunadas a las operaciones con bancos que, como cualquier ciudadano, he realizado. Adicionalmente, he recibido sugerencias e ideas de parte de docentes de esta materia lo que me ha permitido mejorar la calidad de este trabajo.

Expreso mi agradecimiento y aprecio al MBA Germán Ríos, funcionario de MiBanco, que permitió incluir problemas de operaciones financieras que se generan, comúnmente, en la banca privada para, de esta manera, hacer más efectivo y útil este libro para estudiantes de la materia.

También mi reconocimiento a la Sección de Postgrado de la FIECS en los profesores: Mag. Enrique Sato Kuroda y Mag. Ulises Humala Tasso por el apoyo a esta publicación, convocando a los profesores Dr. Luis Navarro Huamaní y Mag. Juan Lam Álvarez quienes colaboraron en la revisión de este material. Al señor Freddy Bartola por las útiles ideas para mejorar esta primera edición.

Este libro recoge el esfuerzo de los estudiantes del curso de Matemática Financiera con los cuales se resolvió varios ejemplos y problemas planteados en el presente volumen.

Introducción

Este libro está dirigido al estudiante universitario en el curso de Matemática Financiera en las especialidades de ciencias económicas, ingeniería, administración y contabilidad en las cuales se dicta este curso.

Matemática Financiera está considerada en el campo de la matemática aplicada que estudia el valor del dinero en el tiempo, teniendo en cuenta varios factores, como: la tasa, el capital y el tiempo para obtener un monto o interés que permiten tomar decisiones de inversión.

Con esa óptica, permitirá al alumno elaborar modelos matemáticos encaminados a interpretar y resolver los problemas financieros que, con frecuencia, se presentan en la gestión de las empresas, organismos de inversiones y entidades del sistema bancario y financiero.

Adicionalmente, ayuda a resolver problemas que se le presenta a cualquier ciudadano en su vida diaria, como, por ejemplo, adquirir un automóvil, una casa, cualquier bien o producto obtenido a plazo; solicitud de créditos, contrato de pólizas, acciones, obligaciones (bonos) u otro tipo de inversión rentable. El conocimiento de las matemáticas financieras, por tanto, le permitirá al alumno prestar o invertir su dinero en una forma más racional.

La característica principal de este libro es utilizar pocas fórmulas, inusual en los textos de Matemática Financiera, para, de esta manera, darle simplicidad a la solución de los problemas y casos. Si bien es cierto que el desarrollo de los mismos está realizado en

Excel, se hace utilizando las operaciones comunes, potenciación, radicación y logaritmo.

A lo largo del libro se plantea y resuelve problemas prácticos para así ilustrar mejor las fórmulas desarrolladas en la teoría.

También, en este tomo, se ha recogido problemas al nivel de maestría en economía, administración y contabilidad los cuales han sido resueltos tratando siempre de que la solución de los mismos sea simple.

Se presenta casos reales de problemas de amortización de nuestra banca nacional y de prestamistas informales. Puede suceder, por ejemplo, que la fórmula aplicada para determinar el monto del pago periódico es la misma desarrollada en la teoría existiendo pequeñas diferencias con respecto a cómo lo obtiene el banco con respecto a esta teoría. Es por ello que se muestra el desarrollo de este tipo de problemas y cuál es la diferencia con respecto a la teoría mostrada en el libro.

Los temas financieros ocupan una posición muy relevante en nuestra sociedad. Se puede observar información financiera en los diarios, revistas, televisión, etc. y es que para tomar una decisión, de índole financiera, se debe estar informado y asesorado por una persona con conocimientos en finanzas. Es esta creciente necesidad de conocimientos de temas financieros lo que hace posible la edición de libros de matemáticas financieras como un inicio necesario para ingresar en el importante mundo de las finanzas.

Matemática Financiera es el curso inicial básico para las siguientes materias: Análisis Financiero o Administración de Inversiones y Ingeniería Financiera; su aplicación se orienta a personas que tienen como función tomar decisiones de financiamiento; para ello deben tener y procesar información para, de esta manera, estar en condiciones tomar una decisión adecuada.

Finalmente, debo precisar, con respecto al libro, que resultaría absurdo reclamar originalidad porque existe mucho material escrito acerca de estos temas, por lo que me remito al enunciado de Adam Schaff (“Historia y Verdad”): “La única originalidad que puede pretender el autor reside en la manera en que disponga en un conjunto los elementos ya conocidos y en el uso en que haga de ese conjunto en sus razonamientos”.

Capítulo 1

INTERÉS SIMPLE

1.1. Introducción

Antes de desarrollar este tema, explicaré el concepto de interés, debido a su importancia en los capítulos posteriores. El interés es el precio a pagar por el uso de dinero que no es nuestro, es decir, los préstamos que generalmente nos brindan: un amigo, la empresa donde laboramos, una institución bancaria, etc. Por este préstamo, solicitamos un tiempo determinado para su devolución. Determinar este precio significa saber ¿cuál es la cuantía del préstamo? y ¿por cuánto tiempo se le va a usar? Al valor de ese precio, cuando se expresa por unidad de capital y unidad de tiempo, se le llama tasa de interés (magnitud independiente de la unidad monetaria utilizada para el préstamo), el cual depende de la unidad de tiempo. Este nivel estará determinado por la oferta y la demanda de dinero en la economía (oferta o demanda monetaria) y éstas, a su vez, dependen de la política monetaria y fiscal; cuando existe escasez de dinero en la economía su nivel de precio aumentará y cuando existe abundancia de dinero, su nivel de precio disminuirá. Adicionalmente, para este nivel también influyen las expectativas de los agentes económicos sobre el comportamiento futuro de la actividad económica. Todos estos factores determinan este nivel de precio.

A continuación se explicará el concepto Dinero, Oferta Monetaria, Inversión y Crédito, antes de iniciar el tema de interés simple.

Dinero. Se conoce comúnmente por aquello que puede ser utilizado como medio de intercambio, de tal forma que por una cantidad de este elemento se puede obtener ciertos bienes o servicios (Ayres, Jr. Frank).

Desde este punto de vista, son llamados dinero: las monedas de metal, las monedas de papel (billetes), los cheques y las tarjetas de crédito (en general, llamado dinero plástico o dinero de plástico –es una tarjeta de plástico con una banda magnética–) Visa, MasterCard, etc., todas ellas pueden ser utilizadas como medio de intercambio para obtener productos o servicios.

Oferta monetaria. Existen varias posibles definiciones, la más restringida es la que expresa que están constituidos exclusivamente por los billetes y monedas en circulación más los depósitos a la vista o en cuenta corriente que se hallan en el sistema bancario. También, es llamada oferta monetaria básica o circulante.

El bienestar de los habitantes de un país está relacionado por la oferta monetaria (Ayres, Jr. Frank).

Si existe poco dinero en una economía, aparece la **recesión** (existencia de bienes y servicios donde paradójicamente los habitantes en general no tienen la capacidad de compra). El caso opuesto, es cuando existe excedente de dinero en la economía, entonces aparece la **inflación** (escasez de ciertos bienes y servicios, lo cual conlleva al incremento constante de los precios). En este caso, un producto puede tener un precio en la mañana y otro mayor por la tarde. Tanto la recesión como la inflación son nocivas para la economía de un país. Por ello, el BCRP¹ es la institución que debe proporcionar a nuestro país una oferta monetaria de acuerdo a las necesidades; en ese contexto, ésta debe ser independiente del manejo político del gobierno.

Inversión. Es la operación de colocar capitales en entidades financieras (dinero que se transforma en capital cuando con él producimos riqueza) con la finalidad de obtener ganancias, traducidas en beneficios económicos por depositar en instituciones que pagan un interés, trabajando su capital. Al realizar esta acción, se está invirtiendo su capital. Por lo general, invierten las personas naturales, empresas, instituciones y el gobierno. Al hacer estas inversiones buscan:

1. **No tener pérdida de capital.** Es importante saber de una institución seria en la que pueda colocar su capital, no dejándose llevar por la propaganda acerca de altas tasas de interés, como fue CLAE (banco informal) en el cual muchas personas naturales y jurídicas perdieron completamente su capital.
2. **Protección a las inversiones.** Las empresas al venir a invertir lo hacen en un marco jurídico y no se puede cambiar éste porque una de las partes así lo quiere. Al respetar estas condiciones, estamos mostrando seguridad en la inversión. Adicionalmente, mostramos seriedad, de tal manera que otras empresas extranjeras podrían traer futuras inversiones. Para que esto suceda, se debe tener un Poder Judicial autónomo y no dependiente del gobierno de turno.

1 Banco Central de la Reserva del Perú.

3. **Beneficios a corto plazo.** Toda empresa trata de recuperar su inversión en el menor tiempo posible; ejemplo de ello se tiene a empresas que en corto tiempo recuperaron su inversión como: Telefónica y Luz del Sur.
4. **Incrementar el valor de la inversión.** Esto también puede suceder de forma casual; por ejemplo, el tener una casa destinada para vivienda en una zona urbana y en un momento determinado construyen frente a ella una Universidad o un Hospital, automáticamente pasa a ser valorizada esa casa como un predio comercial, lo que implica un aumento del valor monetario de la propiedad.
5. **Ventajas fiscales.** Son medidas que adopta un ente para propiciar el desarrollo de una zona determinada (frontera), y el sector productivo (exportaciones). Generalmente, el gobierno propicia este tipo de acciones con la finalidad de atraer inversiones a zonas pobres como son las de frontera y que pueden consistir en no cobrar impuestos a las empresas que inviertan en esos ámbitos.

Crédito. Cuando se compra una casa se puede hacer de dos formas: con dinero propio, es decir, pagar al contado o al no contar con el dinero suficiente para cancelar el valor de la casa se puede hacer entrega de un pago inicial previo acuerdo de cancelar periódicamente la diferencia por un tiempo determinado. Lo que se hace es adquirir un préstamo. Esta operación es conocida como obtención de un crédito y de esta manera se cancela el valor de la casa. Cuando al valor de este préstamo se le aplica un factor llamado tasa de interés (precio del préstamo en el mercado financiero expresado en porcentaje) se está obteniendo el **interés** o **costo del crédito** que se paga por el valor del préstamo.

Esta tasa de interés es fijada por el Banco Central de cada país a los otros bancos y éstos, a su vez, la fijan a las personas por los préstamos o depósitos. El BCRP es el ente que regula la tasa de interés para préstamos o depósitos. Una de este tipo es la tasa de interés activa promedio en nuevos soles (TAMN) y la tasa de interés activa promedio en dólares o TAMEX. La evolución de esta tasa de interés en nuestro país, expresado en porcentaje entre los años 1997 y 2006.

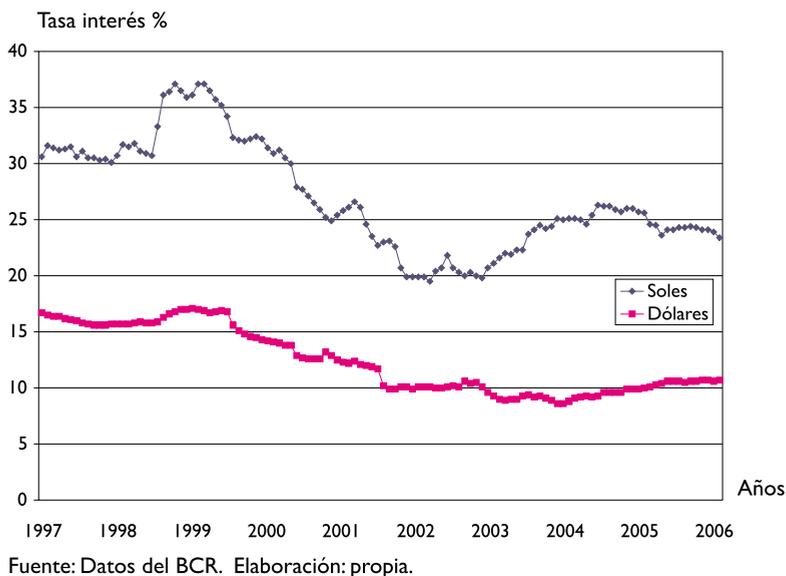


Figura 1.1. Evolución de la tasa de interés en nuevos soles y dólares.

Se puede apreciar que esta tasa está reduciéndose tanto en nuevos soles como en dólares.

1.2. El interés simple

También llamado régimen de capitalización simple en el que los intereses producidos al término del periodo de capitalización o fecha que se da por finalizada la operación se retiran estos intereses (no se reinvierte), quedando, de esta forma, el capital inicial constante hasta la fecha en que se haya convenido su reembolso. Se denomina **capital inicial** o **principal** a la cantidad de dinero que recibimos como préstamo o depositamos al inicio de una operación, siendo el precio que se paga por el uso de este dinero **interés** el cual depende de los siguientes factores:

- El **riesgo** que conlleva la operación, implicará la mayor o menor tasa de interés. La seguridad, solvencia, respaldo o garantía que puede presentar el solicitante del préstamo para la cancelación del mismo permitirá obtener el préstamo en condiciones más convenientes. Ejemplo, el fin para el que se va a usar este dinero; no es lo mismo utilizar un préstamo para la compra de una casa que para la compra de un auto; no es lo mismo prestar a empresas que son consideradas importantes que a otras que no son consideradas como tales.

- A mayor periodo de **tiempo**, habrá un mayor pago por concepto de interés.
- Del **mercado**, puede en determinado momento existir una gran oferta monetaria, entonces la tasa de interés tiende a bajar, como puede suceder el caso contrario. Ejemplo, cuando la situación económica, social y política de un país presenta caos, el riesgo país² (indicador de confianza en la economía de un país) tiende a subir automáticamente, por tanto, la tasa de interés sube, lo que implica el mayor pago por concepto de interés.

Entonces, el interés (**I**) depende de cómo evolucionan estos factores. Para determinar el interés simple, lo definiremos como el producto del capital inicial (**P**), tasa de interés (**r**) y el periodo de tiempo (**n**).

$$I = P r n \quad (1)$$

Donde:

I Interés pagado por el préstamo o crédito.

P Capital inicial o principal.

r Tasa de interés simple por unidad de tiempo.

n Periodo de tiempo, expresado en las mismas unidades que la tasa de interés.

Este interés se relaciona con **P** de acuerdo a la siguiente gráfica:

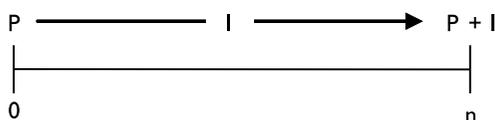


Figura 1.2. Relación entre **P** y su valor futuro.

Ejemplo 1. Una persona concedió un préstamo a un amigo por S/. 35 000 comprometiéndose éste a devolverlo dentro de un año. Por el mencionado préstamo le cobró una tasa de interés simple del 12% anual. ¿Cuál será el interés que deberá pagar este amigo por el préstamo?

Solución: En este caso, se tiene como datos **P**, **n** y **r**, de la fórmula (1) se tiene:

² El Perú tiene un bajo riesgo país en relación a otros países de América Latina.

$$P = 35\,000 \text{ soles}$$

$$r = 12\% \text{ anual como } I = P r n$$

$$n = 1 \text{ año entonces } I = 35\,000 \times 12\% \times 1 = 4200 \text{ soles}$$

El interés a pagar será de S/. 4200.

Ejemplo 2. Desarrolle el ejemplo anterior, considerando una tasa de interés del 12% semestral.

Solución: Como **r** y **n** tienen que ser expresados en unidades homogéneas, entonces:

$$P = 35000 \text{ soles}$$

$$r = 12\% \text{ semestral} \quad \text{De (1) se tiene que:}$$

$$n = 2 \text{ semestres} \quad I = 35000 \times 12\% \times 2 = 8400 \text{ soles}$$

En este caso el interés a pagar será de S/. 8400.

Ejemplo 3. Una pareja de esposos solicita un préstamo a una persona por un monto de \$ 23 000 para comprar un auto. Esta persona cobra una tasa de interés simple para préstamos del 24% anual, si los pagos mensuales a realizar serán de \$ 520, ¿qué parte del primer pago se destina al pago de interés y a saldar el préstamo?

Solución: Se tiene que calcular el interés que se paga por el primer mes, la información de la tasa de interés es anual, como se necesita mensual, por lo tanto se divide entre 12 (número de meses que tiene el año). La parte que amortiza la deuda es la diferencia entre lo que se paga mensualmente y el interés.

$$P = 23\,000 \text{ dólares}$$

$$r = 2\% \text{ mensual}$$

$$n = 1 \text{ mes} \quad I = 23\,000 \times 2\% \times 1 = 460 \text{ dólares}$$

Para el pago de interés destinó \$ 460 y para saldar la deuda \$ 60 (\$ 520 - \$ 460).

Ejemplo 4. Un señor solicitó un préstamo de S/. 800 para liquidarlo en tres meses y pagó por ello S/. 120 por concepto de interés. ¿Cuál es la tasa de interés trimestral y anual?

Solución: En este caso, el periodo es 1 trimestre, resumiendo los datos:

$$P = 800 \text{ soles como } r = I/Pn \quad P = 800 \text{ soles como } r = I/Pn$$

$$n = 1 \text{ trim.} \quad r = 120/800 \quad n = 3/12 \text{ años} \quad r = 120/(800 \times 3/12)$$

$$I = 120 \text{ soles} \quad r = 0.15 \text{ trim.} \quad I = 120 \text{ soles} \quad r = 0.60 \text{ anual}$$

La tasa de interés es de 15% trimestral o 60% anual.

1.3. Período de tiempo

Básicamente, se tiene dos formas de cuantificar el número de días comprendidos entre dos fechas. Tiempo **exacto** que incluye todos los días, excepto el primero. La otra será el tiempo **aproximado**, el cual consiste en considerar, por ejemplo, que todos los meses tienen 30 días.

Ejemplo 1. Calcular el tiempo exacto y aproximado entre el 4 de abril y el 28 de agosto.

Solución: Se realizará esta operación mes a mes y de esta forma se determinará el número de días que tiene cada mes.

Mes	T. Exacto	T. Aproximado
Abril	26 días (30-4)	Vemos que el número de meses del 4 de abril al 4 de agosto, resultando 4 x 30 días, luego le adicionamos 24 días (28 ago - 4 ago)
Mayo	31 „	
Junio	30 „	
Julio	31 „	
Agosto	28 „	
Total	146 días	144 días

1.4. Interés exacto e interés ordinario

Comúnmente nos enfrentaremos ante la situación de que necesitamos expresar los plazos que están en días a años o viceversa, cuando esto sucede y utilizamos un divisor de 360 se le llamará **interés ordinario anual**. Y si utilizamos un divisor de 365 ó 366 se le llamará **interés exacto anual**. De similar forma se puede obtener el interés ordinario o exacto semestral.

Ejemplo 1. Calcular el interés exacto e interés ordinario de un préstamo de \$ 500 a 90 días, si la tasa es de 18% anual.

Solución: Se tiene $P = 500$ y $r = 18\%$ anual de la fórmula se puede obtener:

$$\text{Interés ordinario} = 500 \times 0.18 \times 90/360 = \$ 22,50$$

$$\text{Interés exacto} = 500 \times 0.18 \times 90/365 = \$ 22,19$$

El hecho de usar 365 ó 366 dependerá si el año es bisiesto o no.

1.5. Norma comercial

De lo anterior se puede concluir que existen dos formas de calcular el tiempo (exacto y aproximado) y dos tipos de interés (exacto y ordinario), esto genera cuatro formas para calcular el interés simple.

1. Tiempo exacto interés ordinario.
2. Tiempo exacto interés exacto.
3. Tiempo aproximado interés ordinario.
4. Tiempo aproximado interés exacto.

De las cuatro formas, el de uso más frecuente es la forma 1, tiempo exacto interés ordinario, que es también conocido como norma bancaria.

1.6. Valor presente

En el caso de interés simple, también es llamado capital inicial y es aquella cantidad de dinero que está involucrada en un préstamo o depósito en el momento inicial de la operación, llamado momento cero, y se obtiene de la definición de interés simple:

$$P = I / (r n) \quad (2)$$

Donde las variables **P**, **I**, **r** y **n** son las mismas definidas anteriormente.

1.7. Monto

Cuando al valor presente le adicionamos el interés, a esta expresión se denomina monto (**M**) o también valor obtenido al final de la operación y será expresado por:

$$M = P + I$$

$$M = P (1 + r n) \quad (3)$$

Donde las variables **M**, **P**, **I**, **r** y **n** son las mismas definidas anteriormente. En la siguiente figura se muestra la relación entre valor presente y monto.

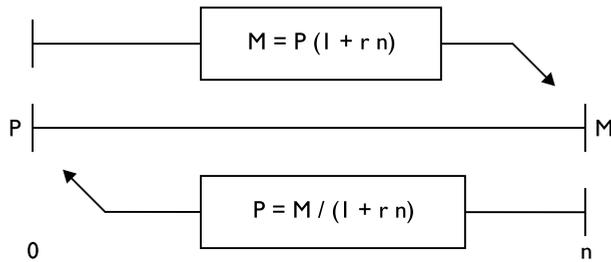


Figura 1.3. Relación valor presente y monto.

Como se observa, el valor presente **P** puede ser llevado desde el periodo **0** hasta el periodo **n**; de igual manera, el monto **M** puede ser regresado desde el periodo **n** hasta el periodo **0** mediante esas relaciones.

Ejemplo 1. Se tiene un capital de S/. 1500, que se encuentra depositado por 5 trimestres a una tasa de 60% anual. Determinar el monto generado al final del plazo mencionado.

Solución: Como **n** está expresado en trimestres, **r** tiene que estar expresado en la misma unidad. Esto significa que la tasa anual tiene que estar expresada en tasa trimestral. O en este caso como la tasa está expresada anualmente se puede expresar **n** en años (5/4) y luego aplicar la fórmula (3), obteniéndose:

$$P = 1500 \text{ soles} \quad r = 60\% \text{ anual}$$

$$n = 5/4 \text{ años} \quad \text{Luego } M = P(1 + rn) = 1500(1 + 60\% \times 5/4) = 2625$$

El monto será de S/. 2625.

Ejemplo 2. Resolver el problema anterior considerando una tasa de 60% semestral.

Solución: Como **n** y **r** tienen que ser expresados en unidades homogéneas, en este caso la tasa está expresada en forma semestral, luego **n** que está dado en trimestres, tiene que ser expresado en semestres.

$$P = 1500 \text{ soles}$$

$$n = 5/2 \text{ semestres.} \quad \text{Luego}$$

$$r = 60\% \text{ semestral} \quad M = P(1 + rn) =$$

$$1500(1 + 60\% \times 5/2) = 3750$$

El monto sería de S/. 3750.

Ejemplo 3. Una empresa prevé la necesidad de S/. 50 000 para finales del tercer año, ¿Cuál es el capital inicial a depositar el día de hoy para obtener ese monto si se sabe que la tasa a pagar por el depósito es de 10% anual?

Solución: En este caso, la incógnita es el capital inicial o valor presente de la fórmula (3), despejando P se tiene:

$$M = 50\,000 \text{ soles}$$

$$n = 3 \text{ años. Luego}$$

$$r = 10\% \text{ anual } P = M / (1 + r n) =$$

$$50000 / (1 + 10\% \times 3) = 38\,461,54$$

El capital inicial a depositar el día de hoy sería S/. 38 461.54.

Ejemplo 4. Una inmobiliaria tiene como meta ganar un interés simple de \$ 100 000 en un periodo de dos años y medio. ¿Cuál debe ser el capital inicial a depositar, sabiendo que puede obtener una tasa de 1% trimestral?

Solución: En este caso, se tiene como dato el interés que desea obtener la inmobiliaria, expresando **n** en trimestres de tal manera que sea homogéneo con **r**, y aplicando la fórmula (2) se tiene:

$$I = 100\,000 \text{ dólares}$$

$$n = 2.5 \times 4 \text{ trimestres. Luego}$$

$$r = 1\% \text{ trimestral } P = I / (r n) =$$

$$100\,000 / (1\% \times 10) = 1000\,000$$

El capital inicial a depositar sería de \$ 1000 000.

1.8. Variaciones de tasas

En un horizonte de tiempo $[0, n]$ con periodos $[n_i, n_{i+1}]$ puede suceder variaciones de tasa. Es decir, se inicia la operación en el tiempo “0” a una tasa determinada de interés simple para un periodo determinado; para el siguiente periodo esta tasa puede cambiar. La acción puede suceder hasta llegar al tiempo “n”. Un ejemplo de este tipo de tasa es la Libor³, que es la tasa de referencia que se negocian los eurodólares. Se puede calcular el interés total cuando se produce este tipo de situaciones como se muestra en la siguiente figura:

3 Sigla de la London Inter Bank Offer Rate.

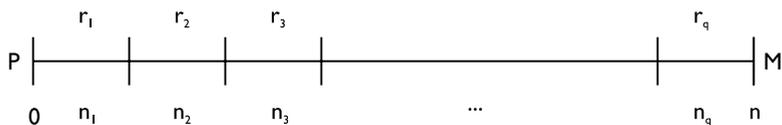


Figura 1.4. Interés simple con variaciones de tasas.

Sea I_1 el interés generado por la tasa r_1 y el periodo de tiempo n_1 ; aplicando la fórmula (1) se tiene que $I_1 = P r_1 n_1$, de igual manera $I_2 = P r_2 n_2$ y así, sucesivamente, se calcula $I_q = P r_q n_q$, el interés total será igual a la suma de los intereses parciales

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_q.$$

$$I = P r_1 n_1 + P r_2 n_2 + \dots + P r_q n_q$$

$$I = P \sum_{i=1}^q r_i n_i \quad (4)$$

Para hallar el monto se puede aplicar la fórmula (3), entonces

$$M = P \left(1 + \sum_{i=1}^q r_i n_i \right) \quad (5)$$

Ejemplo 1. Una señora realiza un préstamo de S/. 2000 a un familiar, con la finalidad de que se los devuelva dentro de un año, ofreciéndole una tasa de 1% mensual durante los primeros cuatro meses, y los meses restantes a una tasa de 1,5% mensual. ¿Cuál sería la cantidad que obtendría al finalizar el año?

Solución: Se aplica directamente la fórmula (5) a la información del ejemplo 1.

$$\text{Capital inicial} = 2000 \text{ soles} \quad n_1 = 4 \text{ meses}$$

$$r_1 = 1\% \text{ mensual} \quad n_2 = 8 \text{ meses}$$

$$r_2 = 1.5\% \text{ mensual luego} \quad M = 2000 (1 + 1\% \times 4 + 1.5\% \times 8)$$

La cantidad que obtendría al finalizar el año sería de S/. 2320.

Ejemplo 2. En el ejemplo anterior, si el familiar deseara pagar en vez de r_1 y r_2 una tasa única r , ¿Cuál tendría que ser esta tasa para que esta señora no se perjudique?

Solución: Para que esta señora no se perjudique, al final del año tendría que recibir igual monto, utilizando esta tasa r que en el caso anterior cuando se utilizó r_1 y r_2 , planteándose la siguiente ecuación:

$$2320 = 2000 (1 + r \times 12) \rightarrow r = 1,33\%$$

La tasa única sería 1,33% mensual.

1.9. Ecuaciones de valor

Muchas veces nos encontramos con el dilema de comparar diferentes capitales. Por ejemplo, S/. 100 de hoy es igual, mayor o menor a S/. 100 dentro de un año, si fuera la devolución de un préstamo o donación ¿Qué prefiere? recibir hoy o dentro de un año. Hacer este análisis significa determinar el valor del dinero en el tiempo, y la respuesta a esta interrogante dependerá de diferentes factores; por ejemplo, la tasa de interés involucrada en esta operación. De ahí la importancia de este tema el cual permite comparar capitales en diferentes momentos del tiempo, los otros factores a tener en cuenta son los siguientes:

- La **inflación**, puesto que dentro de un año el poder adquisitivo de ese dinero será menor. Por ejemplo, si con S/. 100 al inicio de año se compra 10 unidades, luego de transcurrido 1 año puede ser que se compre sólo 8 unidades.
- El **costo de oportunidad**, los usos alternativos del dinero implican existencia de alternativas rentables, este dinero hoy puede generar una utilidad.
- El **riesgo** que significa la incertidumbre de lo que puede suceder en el transcurso de un periodo de tiempo.

Por lo tanto, si la opción fuera recibirlos dentro de un periodo de tiempo, se podría aceptar solamente si se entregara una cantidad adicional que compensara los factores anteriormente mencionados, debido a que el dinero tiene la capacidad de producir más dinero, generando riqueza.

Tomando en cuenta el factor tasa de interés, analizaremos el saldar una deuda que está compuesta por dos deudas; la primera, por S/. 200 el día de hoy y la segunda por S/. 112, que se tendrá que pagar dentro de un año a una tasa del 12% anual. Para poder obtener el valor de esta deuda, se necesita saber cuál es el valor presente de los S/. 112. Ello significa trasladar los S/. 112 al día de hoy, y se puede obtener despejando P en la fórmula (3), luego $P = 112 / (1 + 12\% \times 1)$, entonces $P = S/. 100$. Para saldar esta deuda hoy, se tendría que pagar S/. 300 (S/. 200 + S/. 100).

Se podría analizar el ejemplo anterior interesado en saber cuál sería el valor de deuda si se pagara cuando vence la segunda deuda (dentro de un año). Para ello, necesitamos saber cuál será el valor de la primera deuda S/. 200, dentro de un año, o hallar el monto (llamado también valor futuro) de esta deuda. Aplicando directamente la fórmula (3) se tiene $M = 200 (1 + 12\%)$, luego $M = S/. 224$. Entonces, el valor de la deuda dentro de un año sería la cantidad de $S/. 224 + S/. 112 = S/. 336$.

Finalmente, se puede afirmar que:

S/. 200 el día de hoy y S/. 112 dentro de un año, es equivalente a:

S/. 300 el día de hoy y

S/. 336 dentro de un año

Entonces, para poder comparar capitales que están en diferentes tiempos es necesario llevar a todos ellos a una misma fecha. A ésta se le denomina **fecha focal** o **fecha de comparación**. Al llevar estos capitales a esa fecha, se forma una ecuación y ésta es llamada ecuación de valor.

Ejemplo 1. El hospital María Auxiliadora desea adquirir material quirúrgico –para poder brindar un mejor servicio– y cuenta para ello con dos propuestas que deben ser analizadas por el departamento de logística, a cargo de la señora Jessica Aricoche:

Propuesta A:

Cuota inicial \$ 20 000,00 y 2 cuotas mensuales de \$ 15 000 cada una.

Propuesta B:

Cuota inicial \$ 12 554,11 y 2 cuotas mensuales de \$ 19 000 cada una.

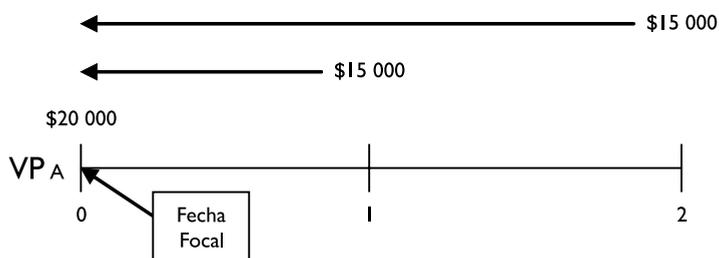
Si el costo del dinero es el 5% de interés simple mensual, ¿cuál es la mejor oferta?

Solución: En este caso, lo que se tiene que comparar es cuál de los proveedores tiene el menor valor presente, siendo el menor el más conveniente para el hospital; de la información se tiene:

Proveedor A	Proveedor B
Cuota inicial = \$ 20 000	Cuota inicial = \$ 12 554,11
Cuota mensual = \$ 15 000	Cuota mensual = \$ 19 000
Número de cuotas = 2	Tasa = 5% mensual

Como se tiene que obtener el valor presente (VP) de los proveedores, consideramos el momento “0” como la fecha focal; ello significa llevar las cuotas mensuales a este periodo. Desarrollando el diagrama de flujo, se tiene:

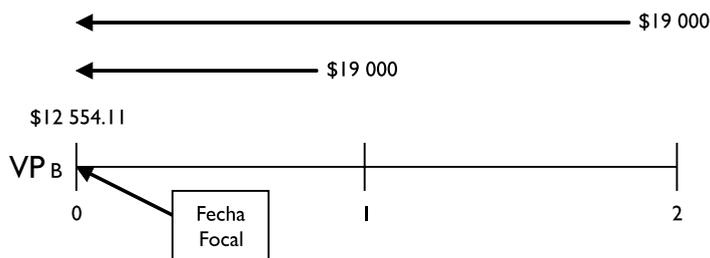
Diagrama de flujo para la propuesta A



Una vez que las cuotas mensuales han sido trasladadas a la fecha focal “0” se procederá a calcular el valor presente de la propuesta A, que es la suma de todas estas cantidades.

$$VP_{\text{propuesta A}} = 20\,000 + 15\,000 / (1 + 5\%) + 15\,000 / (1 + 5\% \times 2) = \$ 47\,922,08$$

Diagrama de flujo para la propuesta B



De igual manera se procederá para la propuesta B

$$VP_{\text{propuesta B}} = 12\,554,11 + 19\,000 / (1 + 5\%) + 19\,000 / (1 + 5\% \times 2) = \$ 47\,922,08$$

Con esta óptica (fecha focal en el origen), las dos cantidades son iguales, por ello la señora Jessica Aricoche puede afirmar que es indiferente aceptar la oferta del proveedor A o B.

Ejemplo 2. Un padre de familia coloca su capital mediante préstamos a interés simple. El primero y segundo préstamos de \$ 7500 y \$ 2800, respectivamente; realiza el segundo préstamo 7 meses después del primero. La tasa que ofrecen

pagarle es del 2% por mes, ¿cuál es el monto generado por estos préstamos si ambas partes deciden mantener esta operación por un año más después del último préstamo?

Solución: En este caso, se pide calcular el monto generado por estos dos préstamos; para el primer préstamo el número de periodos es 19 meses (7 + 12), para el segundo préstamo será de 12 meses y la tasa del 2% mensual. Considerando la fecha focal al final del año, se tiene:

1er depósito = 7500 dólares 2do depósito = 2800 dólares

Periodos = 19 meses Periodos = 12 Meses

$$M = 7500 (1 + 2\% \times 19) + 2800 (1 + 2\% \times 12) \rightarrow M = 13\,822 \text{ dólares}$$

El monto generado por estos dos préstamos sería de \$ 13 822. El siguiente diagrama de tiempo visualiza el desarrollo de este ejemplo.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Se deposita S/. 3500 por 19 meses, a una tasa de 12% anual. ¿Cuál será el monto generado por esta operación?

Solución:

$$P = 3500 \text{ soles}$$

$$n = 19 \text{ meses}$$

$$r = 12\% / 12 \quad \text{Entonces } M = 3500 (1 + 1\% \times 19) = 4165$$

El monto generado sería de S/. 4165.

2. Un inversionista colocó su capital de \$ 30 000 como préstamo a una entidad comercial por 5 años y a interés simple. Se sabe que durante este lapso de tiempo la tasa de interés tuvo las siguientes variaciones:

- 0,5% quincenal durante los primeros 7 meses.
 - 2,5% semestral por los 5 meses consecutivos.
 - 1,2% mensual por los siguientes 4 trimestres.
 - 6% anual por los siguientes 5 semestres.
 - 0,016% diario por los siguientes 4 meses.
 - 1,5% bimestral por los 2 últimos meses.
- a) El inversionista desea conocer el interés generado por su capital.
- b) ¿Cuál es la tasa acumulada (tasa total en el tiempo que dura la operación) y la tasa única anual de esta operación?

Solución: (*Ver Anexo página I*). Como en esta operación se producen variaciones de tasas, se tiene que aplicar la fórmula (4), pero para ello la tasa y los periodos de tiempo tienen que ser homogéneos, es decir, expresado en las mismas unidades.

$$P = 30\,000 \text{ dólares}$$

$$n_1 = 7 \times 2 \text{ quincenas} \quad r_1 = 0,5\%$$

$$n_2 = 5/6 \text{ semestres} \quad r_2 = 2,5\%$$

$$n_3 = 4 \times 3 \text{ meses} \quad r_3 = 1,2\%$$

$$n_4 = 5/2 \text{ años} \quad r_4 = 6\%$$

$$n_5 = 4 \times 30 \text{ días} \quad r_5 = 0,016\%$$

$$n_6 = 1 \text{ bimestre} \quad r_6 = 1,5\%$$

$$30\,000 (0,5\% \times 14 + 2,5\% \times 5/6 + 1,2\% \times 12 + 6\% \times 5/2 + 0,016\% \times 120 + 1,5\% \times 1)$$

$$I = \$ 12\,571$$

- a) El inversionista recibirá por su capital un interés de \$ 12 571 al final de los cinco años.

La tasa acumulada en estos 5 años, es igual:

$$0,5\% \times 14 + 2,5\% \times 5/6 + 1,2\% \times 12 + 6\% \times 5/2 + 0,016\% \times 120 + 1,5\% \times 1 = 0,4190$$

La tasa única convierte $P = \$ 30\,000$ en un periodo de 5 años en un monto $M = \$ 42\,571$ ($\$ 30\,000 + \$ 12\,571$), de la fórmula (3) se tiene:

$$42\,571 = 30\,000 (1 + r \times 5) \rightarrow r = 8,3806\%$$

- b) La tasa acumulada en los 5 años es 41,9% y la tasa única es 8,381% anual.

3. Una persona invierte \$ 50 000 a una tasa del 12% de interés simple anual; al cabo de 3 años invierte la utilidad a una tasa del 3% de interés simple mensual. Si luego de transcurrido un tiempo “n” la utilidad de la segunda inversión es el 75% de la utilidad de la primera (en los tres años), y como no va a retirar la inversión inicial, entonces, ¿a cuánto asciende el monto total?

Solución: En este caso, se tiene que analizar el interés que genera la utilidad para al final poder obtener el monto.

$$P = 50\,000 \text{ dólares} \quad r = 0,12 \text{ anual}$$

De acuerdo a la fórmula (1), el interés simple I_{3 años} para los primeros 3 años a esta tasa será:

$$I_{3 \text{ años}} = 50\,000 \times 12\% \times 3 = 18\,000$$

Conforme el enunciado del problema en n meses más el interés simple I₂ generado por una tasa del 3% mensual es igual al 75% de I_{3 años} (utilidad de la primera), entonces el interés simple generado por esta utilidad será:

$$I_2 = 75\% \times 18\,000 = 18\,000 \times 3\% \times n$$

El cual da como respuesta que el tiempo transcurrido es $n = 25$ meses.

Adicionalmente, se tiene que el capital inicial genera, durante 25 meses, a una tasa del 1% mensual (12%/12), un interés simple I_3 :

$$I_3 = 50\,000 \times 1\% \times 25 = 12\,500$$

Entonces, el interés simple I generado en esta operación será:

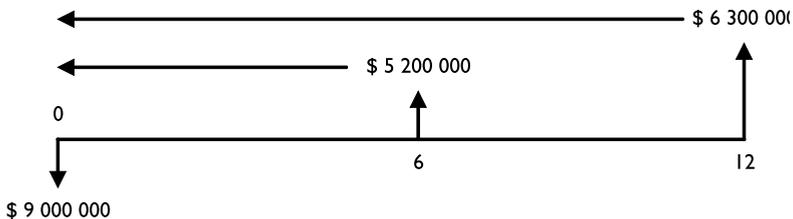
$$I = I_{3\text{ años}} + I_2 + I_3 = 18\,000 + 13\,500 + 12\,500 = 44\,000$$

Se tiene que $M = P + I = 50\,000 + 44\,000$.

El monto total asciende a \$ 94 000.

4. La empresa minera Buenaventura tiene en su plan destinar \$ 9000 000 a una inversión de la que espera un ingreso de \$ 5200 000 en 6 meses y de \$ 6300 000 dentro de un año. Considerando el origen como punto focal y que esta operación es realizada a interés simple, determinar:
- La tasa de interés que hace indiferente la inversión.
 - La nueva tasa de interés si al cabo del octavo mes adiciona \$ 500 000 a la inversión.

Solución: En una operación en la que están involucrados egresos e ingresos lo que busca todo inversionista es obtener utilidades. Ello implica que los egresos sean menores a los ingresos; en el momento que éstos sean iguales, se dice que es indiferente la inversión, en el sentido que no existen pérdidas o ganancias en la inversión. Desarrollando el diagrama de flujo, se tiene:



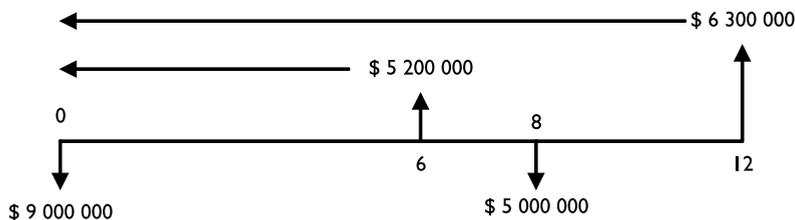
Considerando como punto focal el origen, sumaremos los ingresos y los igualaremos a los egresos (la inversión realizada) en este punto, luego:

$$9000\,000 = 5200\,000 / (1 + r \times 6) + 6300\,000 / (1 + r \times 12)$$

Considerando a “ r ” la tasa de interés simple mensual.

- Aplicando la interpolación, se tiene que r es igual a 3,06212742% mensual.
- es similar al caso anterior; se adiciona una nueva inversión a la inversión inicial; entonces se tiene que hallar el valor total de esta

inversión, lo cual significa sumar estas dos inversiones en el punto focal, el origen. El diagrama de flujo para este caso será de la siguiente forma:

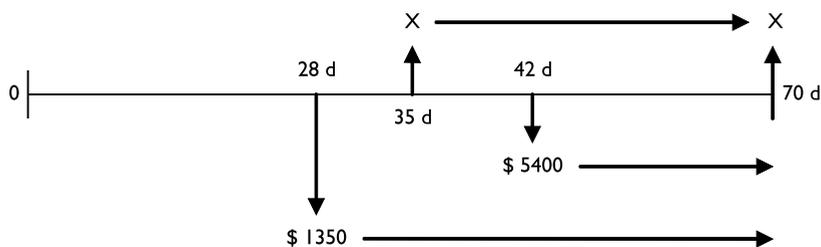


$$9000\ 000 + 500\ 000 / (1 + r_1 \times 8) = 5200\ 000 / (1 + r_1 \times 6) + 6\ 300\ 000 / (1 + r_1 \times 12)$$

La nueva tasa de interés simple r_1 es 2,4260252% mensual.

5. Una fábrica tiene dos deudas con un prestamista. La primera es por un monto de \$ 1350 con vencimiento dentro de 28 días y la siguiente deuda es de \$ 5400 que vencerá a los 42 días. La fábrica desea cancelar el total de sus deudas mediante dos pagos de igual monto dentro de 35 y 70 días, respectivamente. ¿Cuál será el monto de los pagos a efectuar por la fábrica si el prestamista aceptó esta forma de pago y estando de acuerdo ambos en aplicar una tasa de interés simple mensual del 8% para las operaciones realizadas dentro de los 42 primeros días y de 7% mensual para las operaciones posteriores? Considerar como fecha focal el día 70.

Solución: Al considerar como fecha focal el día 70, significa trasladar futuras deudas y pagos a esa fecha, teniendo en cuenta la variación de tasa que se realiza el día 42. El diagrama de flujo será el siguiente:



El monto de los pagos para cubrir la deuda será el valor de X en el día 70, adicionando el valor de X en el día 35, pero llevado al día 70, el cual es:

$$X + X (1 + 8\% \times 7/30 + 7\% \times 28/30) = 2,084 \times X$$

El valor de la deuda será la suma de las dos deudas llevadas al día 70, el cual es:

$$1350 (1 + 8\% \times 14/30 + 7\% \times 28/30) + 5400 (1 + 7\% \times 28/30) = 7241,31$$

El monto de los pagos debe ser igual al valor de la deuda, ello implica que

$$2,084 \times X = 7241,31 \rightarrow X = 3474,72$$

El monto de los pagos a realizar será de \$ 3474,72 el día 35 y el mismo monto el día 70.

6. En el problema anterior, ¿cuál será el monto de pagos al aplicar una tasa de interés simple mensual del 8% para las operaciones realizadas dentro de los 50 primeros días, y de 7% mensual para las operaciones posteriores? Considerar como fecha focal el día 70.

Solución: En este caso, cambia la fecha para la variación de tasa del día 42 al día 50, entonces ahora calcularemos nuevamente el monto de los pagos el día 70.

$$X + X (1 + 8\% \times 15/30 + 7\% \times 20/30) = 2,087 \times X$$

El nuevo valor de la deuda será:

$$1350 (1 + 8\% \times 22/30 + 7\% \times 20/30) + 5400 (1 + 8\% \times 8/30 + 7\% \times 20/30) = 7259,40$$

Como en el caso anterior, el valor de estas dos ecuaciones tienen que ser iguales implicando para ello el monto a pagar que, en este caso, será $X = \$ 3478,95$ el día 35 y 70, respectivamente.

7. Un prestamista analiza una transacción comercial llevada con anterioridad en la que invirtió un capital a la tasa de interés simple del 6,5% mensual, la cual se convirtió en \$ 3600. Si hubiese invertido a la tasa de interés simple del 5% mensual y un año menos que en el caso anterior, el interés sería de \$ 450. Obtener:
- Lo invertido por el prestamista.
 - El tiempo de esta operación en años.

Solución: Para el primer caso, se tiene como dato el monto y la tasa; en el segundo caso, se tiene como dato el interés generado en esta operación y la tasa, entonces:

1er caso

Monto = 3600 dólares

$$r = 6.5\% \times 12$$

$n = t$ años

2do caso

Interés = 450 dólares

$$r = 5\% \times 12$$

$n = t - 1$ años

Para el primer caso, aplicando la fórmula (3), se tiene: $3600 = P(1 + 6.5\% \times 12 \times t)$; para el segundo caso, aplicando la fórmula (1), se tiene: $450 = P \times 5\% \times 12 \times (t - 1)$, de estas dos ecuaciones se tiene que:

- a) Lo invertido por el prestamista fue \$ 1693,82.
- b) El tiempo de esta operación fue 1,44 años.

8. Una persona tiene hoy una deuda de S/. 23 000, comprometiéndose a cancelar tal deuda dentro de 360 días, a una tasa de interés simple de 1% mensual. Contando con efectivo, dentro del plazo previsto realiza ciertos pagos de S/. 13 500 el día 90, S/. 4500 el día 180 y S/. 500 el día 270. ¿Cuál será el pago final el día 360?

- a) Realizando la operación el mismo día del pago.
- b) Realizando la operación teniendo como fecha focal el día 360.

Solución: La deuda es única, con fechas focales distintas; para el caso a) se tiene que llevar la deuda hacia cada fecha de los pagos, restando luego el valor de pago realizado en esa fecha, entonces:

Para el día 90, el valor de la deuda será:

$$23\ 000(1 + 1\% \times 90/30) - 13\ 500 = 10\ 190$$

Para el día 180, el valor de la deuda será:

$$10\ 190(1 + 1\% \times 90/30) - 4\ 500 = 5995,7$$

Para el día 270, el valor de la deuda será:

$$5995,7(1 + 1\% \times 90/30) - 500 = 5675,57$$

Para el día 360, el valor de la deuda será:

$$5675,57(1 + 1\% \times 90/30) = 5845,84$$

- a) En este caso, el pago final será de S/. 5845,84. En el caso b) se tiene que llevar estos pagos, y la deuda a la fecha focal (día 360), la diferencia es la que se tendría que pagar.

El valor de la deuda en la fecha focal es:

$$23\,000 (1 + 1\% \times 360/30) = 25\,760$$

El valor de los pagos es:

$$13\,500 (1 + 1\% \times 270/30) + 4500 (1 + 1\% \times 180/30) \\ + 500 (1 + 1\% \times 90/30) = 20\,000$$

b) En este caso el pago final será S/. 5760.

9. Si hoy invertimos \$ 10 000 en un Certificado de Depósito, a una tasa de interés del 3% mensual durante seis meses.

(www.gacetafinanciera.com).

a) ¿Cuánto será el monto final de los seis meses?

b) ¿Cuánto será el monto al final de cada mes?

Solución: De la información se tiene:

$P = 10\,000$ dólares

$r = 3\%$ mensual $M = P (1 + r n)$

$n = 6$ meses $M = 10\,000 (1 + 3\% \times 6) = 11\,800$

a) Al cabo de los seis meses, se tendría \$ 11 800.

Para el caso b), se obtiene el siguiente cuadro resumen:

Periodo	Capital inicial	Interés	Capital final
1	10,000	300	10,300
2	10,300	300	10,600
3	10,600	300	10,900
4	10,900	300	11,200
5	11,200	300	11,500
6	11,500	300	11,800

Como se observa, el monto al final del sexto mes es el mismo valor obtenido para el caso a), como era lógico de esperar.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Un inversionista colocó su capital, de S/. 150 000, como préstamo a un particular por 6 años y a interés simple. Se sabe que durante este lapso de tiempo, la tasa de interés tuvo las siguientes variaciones:
 - 0,5% quincenal durante los primeros 6 meses.
 - 1,5% semestral por los 6 meses consecutivos.
 - 2% mensual por los siguientes 4 trimestres.
 - 1,5% anual por los siguientes 5 semestres.
 - 0,012% diario por los siguientes 2 meses.
 - 1,25% bimestral por el tiempo restante.
 - a) El inversionista desea conocer el interés generado por su capital
 - b) ¿Cuál es el interés promedio mensual?
2. Isaac Mattos tiene un capital que, por conveniencia, lo divide en 2 partes. Una parte o primer capital colocado a una cierta tasa de interés simple durante $\frac{2}{5}$ de año. El resto, que es mayor en \$ 50 000 al primer capital, es colocado a la misma tasa de interés durante $\frac{3}{5}$ de año. La diferencia entre los intereses generados asciende a \$ 2250 y la suma de estos intereses es \$ 6250. Calcular el monto de estos capitales y la tasa de interés.
3. Una empresa inmobiliaria ofrece una inversión que duplicará su dinero en 10 años. ¿Qué tasa de interés simple le estarán ofreciendo?
4. En forma similar al problema anterior, suponga que le han ofrecido una inversión que triplicará su dinero en 10 años. ¿Qué tasa de interés simple le ofrecerán?
5. Dos hermanos tienen ahorrado cierto capital que difiere en S/. 100 000. Un prestamista les paga por ese capital el 2% y 6% anuales respectivamente, la operación es por medio año. Se sabe, además, que si estos hermanos juntaran sus capitales, les pagarían 8% por un año y sería superior en S/. 15 000 al total de los intereses. ¿Cuál es el capital que tienen ahorrado estos hermanos?
6. Una familia ha logrado reunir un capital de S/. 75 000. Para diversificar el riesgo, un tercio de este capital es colocado durante 15 meses al 24% anual, mientras que los dos tercios restantes son colocados durante 4 meses a una tasa de interés, de tal modo que al final del plazo el interés generado en total asciende a S/. 17 500. ¿Cuál es la tasa de interés mensual a la que se colocó el segundo capital?

7. Giancarlo Álvarez tiene dos opciones; la primera, depositar su dinero al 1,2% trimestral por un periodo de 2 años. Una segunda opción en el caso de que incremente el primer depósito en S/. 12 000 durante 1 año, le pagarían 2,6% semestral con lo que se generaría un monto igual al doble del capital original. ¿Cuál es el dinero depositado y el monto de la primera opción?
8. En el problema anterior, qué pasa si se generaría un monto equivalente al doble del capital original.
9. David Espinoza ha logrado reunir un capital de S/. 33 000. Una persona le ofrece pagar 12% de interés simple. Por los riesgos que esta operación representa, sólo decide depositar $\frac{1}{3}$ de su capital, por un lapso de tiempo de 8 meses, y el resto del capital logra colocarlo al 9% anual a interés simple, por un lapso de tiempo, de tal forma que se generaría por estas dos operaciones una ganancia total de S/. 2860. ¿Cuánto tiempo tendría que estar colocado el segundo capital?
10. Manuel Machuca es un prestamista y le expresa a Pedro Barrientos que si coloca su capital al 3,5% mensual por un lapso de tiempo, le genera un monto de S/. 2000. Finalmente, logra colocar este capital al 18,5% mensual por el mismo tiempo, generándose un monto de S/. 6000. Pedro quiere saber. ¿Cuál es el tiempo y el capital a colocar?
11. El señor Manuel Cortés tiene un capital de \$ 12 000 que logra colocarlo a una tasa de interés simple anual del 4,2%. Pasado un tiempo, le ofrecen una tasa de interés simple anual del 5%, considerando la mejora en la tasa, decide retirar su capital y el interés generado y colocarlo por 6 meses más que en la anterior operación. Al final, Manuel logra obtener por la segunda operación, entre el nuevo capital y el interés generado, \$ 16 000. ¿Cuál fue el lapso de tiempo en que estuvo colocado el capital en la primera operación?
12. Con relación al problema anterior, ¿cuánto tiempo tendría que pasar si para la segunda operación sólo retira $\frac{3}{4}$ de su capital?
13. La señorita Vanesa Álvarez tiene un capital de S/. 9500. Este capital estuvo prestado y ha logrado generar una cantidad, de tal forma que aumentada en un 8% sería S/. 1450. La señorita Vanesa sabe que su capital estuvo prestado por un año y lo que quiere saber es. ¿A qué tasa mensual estuvo prestado?
14. Con relación al problema anterior, ¿qué pasa si en vez de estar aumentada en un 8% estuvo disminuida en 4%?
15. Se tiene un cierto capital que se planea prestar en 2 partes. Si $\frac{3}{7}$ de este capital se presta al 7% anual y la diferencia al 9% anual, por esta operación

se genera un interés. Como a mayor monto se obtiene una mejor tasa, decide aumentar dicho capital en S/. 27 000 y le pagarían 10% anual. Si, finalmente, el interés aumenta en S/. 4500. ¿Cuál es el capital inicial si la operación sería por un año?

16. Con relación al problema anterior, ¿qué pasa si las partes son $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{5}$?
17. María Mujica tiene los capitales de S/. 126 000 y S/. 94 000, que por razones de riesgo están colocados a distintas tasas de interés. Como fueron colocados a plazo fijo de un año, al final del mismo se tiene que la suma de los intereses generados por estos dos capitales es una cantidad de S/. 12 460. Adicionalmente, se tiene que el interés generado por uno de los capitales supera al otro en S/. 1280. ¿Cuáles son las tasas de interés con la que estuvieron colocados dichos capitales?
18. Se presta un determinado monto de dinero por 1 año al 10% mensual. Si pasados los 6 meses se tiene un tiene en total S/. 25 000. ¿Cuál será la cantidad de dinero que se tendría al finalizar el año?
19. Se presta una cantidad de dinero, a interés simple, desde el 05/03 al 28/09. Durante los primeros 3 meses, le pagaron 5% mensual y el resto del tiempo a 12% anual. ¿Cuál es la cantidad de dinero inicialmente prestada si, por necesidad el 28/07, retiró S/. 15 000?
20. Una lavadora cuesta S/. 1299, según el precio de lista, tratando de mostrar alternativas de venta es ofrecida en dos modalidades:
 - a) Al contado: con un descuento del 20% sobre el precio en lista;
 - b) Financiada: 50% de anticipo y el 50% restante a los 6 meses, sin interés.

En realidad, ¿qué tasa de interés está cobrando la compañía?

21. Se tiene un capital de \$ 9000, que es colocado el 1/3/2004 por el que pagan 6% anualmente, y el 23/8/2005, por un apuro, retiran \$ 3600. ¿Cuál es el saldo al 24/12/2007?
22. Una inmobiliaria tiene la posibilidad de comprar un terreno, el dueño del terreno le propone 2 opciones de venta:
 - a) Una cuota inicial de \$ 7000 y \$ 33 000 al final del segundo año.
 - b) \$ 33 000 de contado.

Si el dinero que no se utilice para el pago puede colocarse a una tasa de interés simple del 9% anual. ¿Por cuál de las opciones la inmobiliaria, finalmente, decidiría?

23. Con relación al problema anterior, ¿cuál debería ser el pago de contado, de tal manera que las dos opciones sean indiferentes?
24. José Aragón planifica su economía; es por ello que realizó un depósito de S/. 23 000 el 1/3/2003 a una tasa de interés simple del 3% semestral; el 6/2/2004 retiró una cantidad de dinero. El 8/8/2005 la tasa de interés varía, de tal forma que el 12/11/2007 logra obtener por esta operación un saldo favorable por un monto de S/. 28 420,00. ¿En cuánto varió la tasa de interés para lograr este saldo?
25. Un prestamista coloca su dinero con la condición que se lo devuelvan dentro de 4 y 14 meses S/. 7500 y S/. 15 000, respectivamente. Recibe la contraoferta de parte del prestatario de cancelar la deuda con un solo pago a los 7 meses, si le cobra una tasa de interés simple mensual del 1.5% por lo que el prestamista acepta. ¿Cuál es el pago que tendrá que realizar éste?